

Kapitel 8: Verfahren für Rangdaten

Der Mann-Whitney U-Test _____	1
Der Wilcoxon-Test _____	3
Der Kruskal-Wallis H-Test _____	4
Vergleich von Mann-Whitney U-Test und Kruskal-Wallis H-Test _____	6

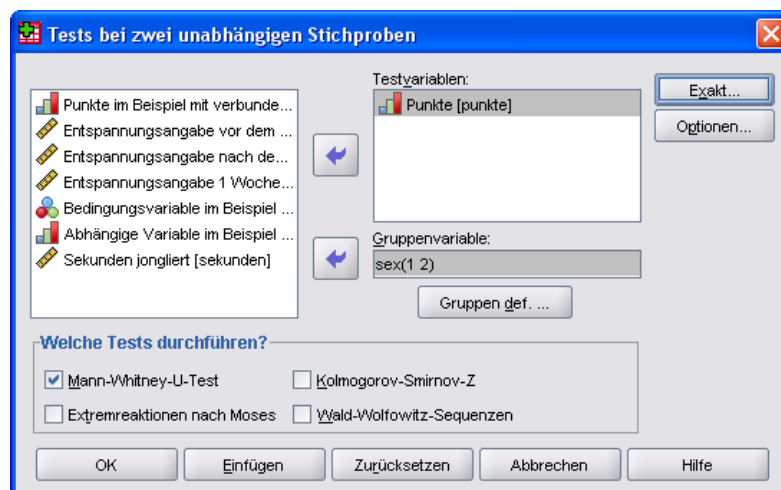
Der Mann-Whitney U-Test

In Kapitel 8.1 dient eine Klassenarbeit in einer Schule als Beispielanwendung für einen U-Test. Wir werden an dieser Stelle die Berechnung dieses Beispiels mit SPSS nachvollziehen. Öffnen Sie dazu den Datensatz „Rangdaten.sav“.

In SPSS können Sie unter „Analysieren“ → „Nichtparametrische Tests“ → „Zwei unabhängige Stichproben“ einen U-Test durchführen. Die Menüführung ist dabei der des t-Tests für unabhängige Stichproben sehr ähnlich. In das Feld „Testvariablen“ fügen Sie die abhängige(n) Variable(n) ein, die Sie auf Unterschiede zwischen den Gruppen testen möchten. Im Feld „Gruppenvariable“ definieren Sie, welche beiden Gruppen das Programm miteinander vergleichen soll. Da im Datensatz Mädchen mit einer Eins und Jungen mit einer Zwei kodiert sind, tragen Sie diese Zahlen hier ein.

Im vorliegenden Fall gibt es nur zwei Gruppen. In anderen Fällen gibt es mehrere unterschiedliche Gruppen (z.B. Erstklässler, Zweitklässler usw.). Dann gilt es, an dieser Stelle die richtigen Kodierungen für die interessierenden Gruppen einzutragen.

Für die momentanen Zwecke klicken Sie das Feld „Mann-Whitney-U-Test“ an und lassen die anderen Felder unberührt. Das fertige Befehlsfenster sollte so aussehen:



Anders als in Kapitel 8.1 vorgestellt, vergibt SPSS die Ränge so, dass die niedrigsten Werte die niedrigsten Ränge einnehmen. Der erste Rang geht also an die niedrigste Punktzahl. Mit anderen Worten: SPSS hantiert mit den Rangplatzunterschreitungen, während sich die Darstellung in Kapitel 8.1 an den Rangplatzüberschreitungen orientiert. Diese Vorgehensweise führt bei der

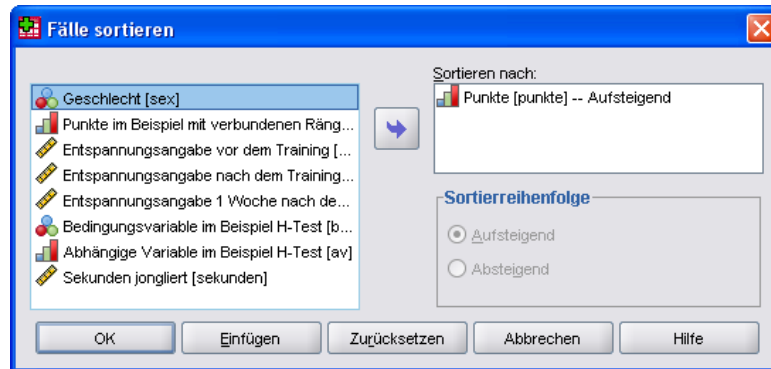
Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

SPSS-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Berechnung der Rangsumme (und damit der mittleren Rängen) zu deskriptiv anderen Ergebnissen als in Kapitel 8.1.

Im Datensatz ist leicht nachzuvollziehen, wie SPSS die Rangsummen berechnet. Sortieren Sie dafür den Datensatz nach aufsteigenden Punkten („Daten“ → „Fälle sortieren“).



	sex	punkte
1	2	3
2	2	5
3	2	8
4	1	9
5	2	11
6	2	12
7	2	14
8	2	16
9	1	17
10	1	18
11	2	19
12	1	20
13	1	21
14	2	22
15	1	24
16	2	25
17	1	26
18	1	28

Für Mädchen, die mit „1“ kodiert sind:

$$\text{Rangsumme}_{\text{Mädchen}} = \frac{4 + 9 + 10 + 12 + 13 + 15 + 17 + 18}{N_{\text{Mädchen}}} = \frac{98}{8} = 12,25$$

Für Jungen, die mit „2“ kodiert sind:

$$\text{Rangsumme}_{\text{Jungen}} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 11 + 14 + 16}{N_{\text{Mädchen}}} = \frac{73}{10} = 7,3$$

Der von SPSS ausgegebene U-Wert entspricht dem in Kapitel 8.1 vorgestellten Wert $U' = 18$. Der Kennwert Wilcoxon-W ist für abhängige Stichproben gedacht und erfährt in späteren Abschnitten Erläuterung.

Für große Stichproben lässt sich der U-Wert in einen z-Wert überführen (siehe Kapitel 8.1 für die genaue Vorgehensweise). Der Betrag entspricht dem per Hand ermittelten. Die unterschiedlichen Vorzeichen gehen auf die unterschiedliche Berechnung des U-Wertes zurück. Dieser Unterschied ist für die Signifikanzberechnung unerheblich.

Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Ränge

Geschlecht		N	Mittlerer Rang	Rangsumme
Punkte	Mädchen	8	12.25	98.00
	Jungen	10	7.30	73.00
Gesamt		18		

Statistik für Test^b

	Punkte
Mann-Whitney-U	18.000
Wilcoxon-W	73.000
Z	-1.955
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)	.051
Exakte Signifikanz [2*(1-seitig Sig.)]	.055 ^a

a. Nicht für Bindungen korrigiert.

b. Gruppenvariable: Geschlecht

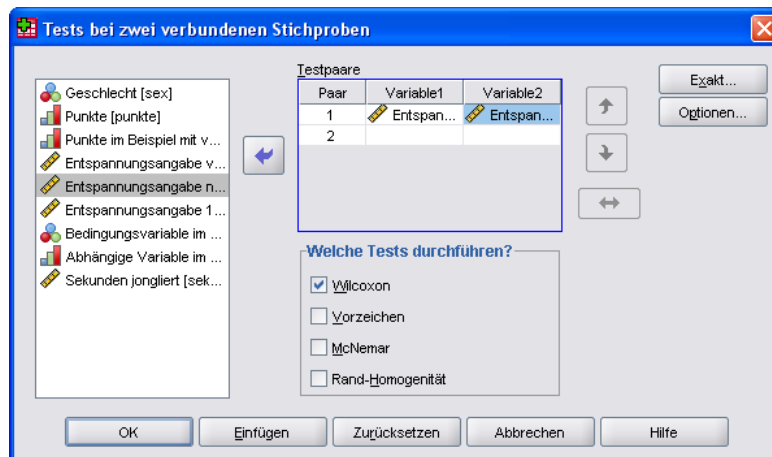
Da die Stichprobe in unserem Beispiel sehr klein war, orientieren wir uns bei der Beurteilung der Signifikanz an der „exakten Signifikanz“. Bei zweiseitiger Testung ist das Resultat knapp nicht signifikant. Da die Hypothese des Lehrers aber gerichtet war („Mädchen schneiden in der Klassenarbeit besser ab“), dürfen wir einseitig auf Signifikanz prüfen, was zu einer Wahrscheinlichkeit von weniger als 5% für diesen Unterschied führt.

Der Wilcoxon-Test

Der Wilcoxon-Test für abhängige Stichproben ist innerhalb der nichtparametrischen Verfahren das Pendant zum U-Test für unabhängige Stichproben. Damit ist er andererseits auch das nichtparametrische Pendant zum t-Test für abhängige Stichproben für den Fall, dass dessen Voraussetzungen verletzt sind.

Im Datensatz „Rangdaten.sav“ finden Sie die Werte des in Kapitel 8.2 diskutierten Beispiels über ein Entspannungsprogramm abgetragen. Die Hypothese lautete „Die Teilnehmer sollten sich nach dem Training entspannter fühlen als davor“.

Um mit SPSS einen Wilcoxon-Test durchzuführen, wählen Sie „Analysieren“ → „Nichtparametrische Tests“ → „Zwei verbundene Stichproben“. Die relevanten Variablen lauten – analog zum Buch – „vorher“ und „nachher“. Aus denen bilden Sie das zu testende Variablenpaar. Standardmäßig ist der Wilcoxon-Test als Testverfahren von SPSS bereits gewählt. Die anderen Verfahren sind für den momentanen Zweck nicht von Interesse. Ihre Auswahl sollte folgendermaßen aussehen:



Ein Klick auf „OK“ liefert Ihnen den folgenden Output:

Ränge

		N	Mittlerer Rang	Rangsumme
Entspannungsangabe nach dem Training - Entspannungsangabe vor dem Training	Negative Ränge	1 ^a	1.50	1.50
	Positive Ränge	7 ^b	4.93	34.50
	Bindungen	1 ^c		
	Gesamt	9		

- a. Entspannungsangabe nach dem Training < Entspannungsangabe vor dem Training
- b. Entspannungsangabe nach dem Training > Entspannungsangabe vor dem Training
- c. Entspannungsangabe nach dem Training = Entspannungsangabe vor dem Training

Statistik für Test^b

	Entspannungsangabe nach dem Training - Entspannungsangabe vor dem Training
Z	-2.325 ^a
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)	.020

- a. Basiert auf negativen Rängen.
- b. Wilcoxon-Test

Die Beträge der positiven und negativen Ränge stimmen genau mit den in Kapitel 8.2 per Hand ermittelten überein. Der Wilcoxon-Test liefert ein signifikantes Ergebnis, $p = 0,02$ bei zweiseitiger Testung. Da die Hypothese des Forschers gerichtet war, dürfen wir einseitig testen. Das Ergebnis korrespondiert exakt mit dem aus Tabelle G (Band I) ermittelten überein.

Der Kruskal-Wallis H-Test

Der Kruskal-Wallis H-Test ist ein Verfahren für ordinalskalierte Daten für den Vergleich von mehr als zwei unabhängigen Gruppen. Ebenso kommt es bei intervallskalierten Daten zum Einsatz, wenn die Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse ohne Messwiederholung verletzt sind. Deshalb heißt dieses Verfahren auch Rangvarianzanalyse.

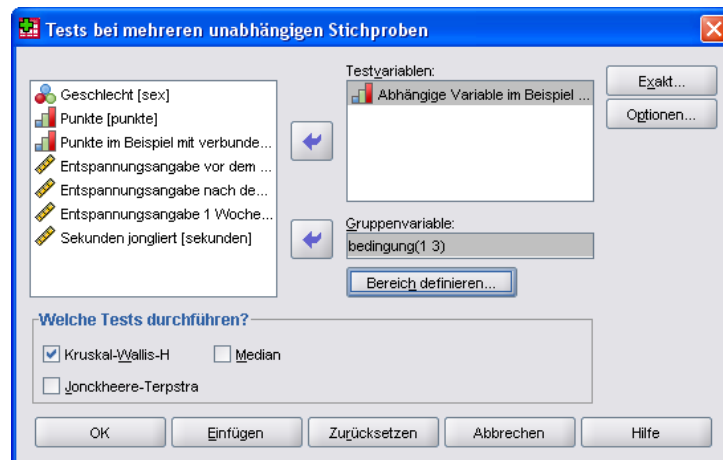
Wir werden an dieser Stelle das Beispiel aus Kapitel 8.3 mit SPSS nachvollziehen. Dort ging es um den Vergleich von drei unabhängigen Gruppen mit jeweils fünf Versuchspersonen.

Um in SPSS einen Kruskal-Wallis H-Test durchzuführen, wählen Sie „Analysieren“ → „Nichtparametrische Tests“ → „K unabhängige Stichproben“. Im Datensatz „Rangdaten.sav“

SPSS-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

finden Sie die Variable „bedingung“, die als Gruppenvariable für dieses Beispiel dient. Die abhängige Variable ist als „av“ gekennzeichnet. Ihr Auswahlfenster sollte aussehen wie folgt:



Unterscheiden sich die mittleren Ränge der Gruppen voneinander?

Ränge

Bedingungsvariable im Beispiel H-Test		N	Mittlerer Rang
Abhängige Variable im Beispiel H-Test	Gruppe 1	5	6.60
	Gruppe 2	5	5.30
	Gruppe 3	5	12.10
	Gesamt	15	

Statistik für Test^{a,b}

	Abhängige Variable im Beispiel H-Test
Chi-Quadrat	6.550
df	2
Asymptotische Signifikanz	.038

a. Kruskal-Wallis-Test

b. Gruppenvariable: Bedingungsvariable im Beispiel H-Test

Die von SPSS ausgegebenen mittleren Ränge sind leicht in die in Kapitel 8.3 berechneten Rangsummen pro Gruppe zu überführen. Für Gruppe 1: $6,6 \cdot 5 = 33$; für Gruppe 2: $5,3 \cdot 5 = 26,5$; für Gruppe 3: $12,1 \cdot 5 = 60,5$. Der χ^2 -Wert entspricht dem per Hand ermittelten. Die geringen Abweichungen sind auf einen etwas anderen Berechnungsalgorithmus von SPSS zurückzuführen. Bei drei Gruppen hat die Verteilung zwei Freiheitsgrade. Das Ergebnis ist signifikant auf dem 5%-Niveau. Die mittleren Ränge der Gruppen unterscheiden sich voneinander.

Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Vergleich von Mann-Whitney U-Test und Kruskal-Wallis H-Test

Der U-Test überprüft zwei unabhängige Gruppen mit ordinalskalierten Daten auf Unterschiedlichkeit. Damit entspricht er dem t-Test für unabhängige Stichproben, der dies für intervallskalierte Daten tut. Analog dazu vergleicht der Kruskal-Wallis H-Test mehr als zwei unabhängige Gruppen, so wie dies die einfaktorielle Varianzanalyse ohne Messwiederholung tut. Diese Parallelen lassen die Vermutung zu, dass das Verhältnis zwischen U-Test und H-Test dem zwischen t-Test und einfaktorieller Varianzanalyse entspricht. In den SPSS-Ergänzungen zu Kapitel 5 haben wir gesehen, dass ein t-Test identisch ist mit einer Varianzanalyse zweier Gruppen. Gilt diese Beziehung auch zwischen U-Test und Rangvarianzanalyse?

Gehen wir zurück zu dem im Abschnitt über den U-Test verwendeten Beispiel. Dort ging es um unterschiedliche Ergebnisse von Mädchen und Jungen in einer Klassenarbeit. Wir erhielten folgenden Output (s.o.):

Ränge

	Geschlecht	N	Mittlerer Rang	Rangsumme
Punkte	Mädchen	8	12.25	98.00
	Jungen	10	7.30	73.00
	Gesamt	18		

Statistik für Test^b

	Punkte
Mann-Whitney-U	18.000
Wilcoxon-W	73.000
Z	-1.955
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)	.051
Exakte Signifikanz [2*(1-seitig Sig.)]	.055 ^a

a. Nicht für Bindungen korrigiert.

b. Gruppenvariable: Geschlecht

Wenn die Rangvarianzanalyse wirklich eine Erweiterung des U-Tests von zwei auf mehrere unabhängige Gruppen ist (so wie die Varianzanalyse eine Erweiterung des t-Tests ist), dann sollten wir identische Ergebnisse erhalten, wenn wir dieselben Daten mit der Rangvarianzanalyse auswerten.

Wählen Sie „Analysieren“ → „Nichtparametrische Tests“ → „K unabhängige Stichproben“. Dort dient „sex“ als Gruppenvariable (mit den Ausprägungen „1“ und „2“) sowie „punkte“ als abhängige Variable. Wählen Sie zusätzlich im Menü „Exakt“ die Option „Exakt“. Sie erhalten folgenden Output:

Ränge

	Geschlecht	N	Mittlerer Rang
Punkte	Mädchen	8	12.25
	Jungen	10	7.30
	Gesamt	18	

SPSS-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Statistik für Test^{a,b}

	Punkte
Chi-Quadrat	3.821
df	1
Asymptotische Signifikanz	.051
Exakte Signifikanz	.055
Punkt-Wahrscheinlichkeit	.011

a. Kruskal-Wallis-Test

b. Gruppenvariable: Geschlecht

Wie erwartet, entsprechen die Werte für die mittleren Ränge denen im Output des U-Tests. Auch die p-Werte für die asymptotische und die exakte Berechnung der Signifikanz sind identisch mit den Angaben, die SPSS bei Verwendung des U-Tests für diese Daten ausgibt. Obwohl sich die vorgestellten Berechnungen der Kennwerte zwischen beiden Verfahren unterscheiden, gilt also: U-Test und Rangvarianzanalyse liefern identische Ergebnisse im Fall von zwei unabhängigen Gruppen, so wie dies auch für den t-Test und die einfaktorielle Varianzanalyse gilt (siehe dazu Kapitel 5, insbesondere die SPSS-Erläuterungen zu Kapitel 5).