

Kapitel 9: Verfahren für Nominaldaten

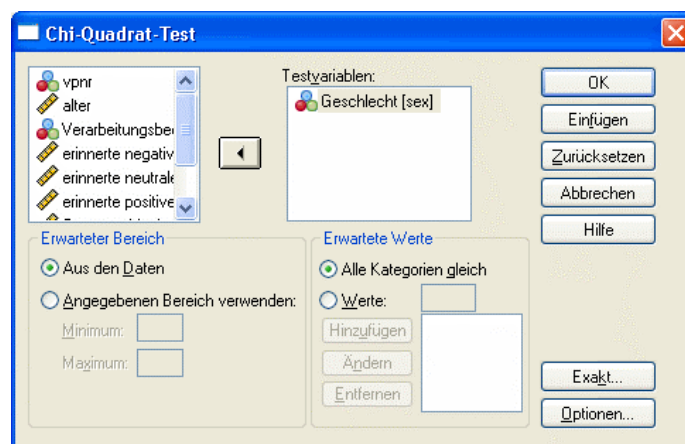
Eindimensionaler Chi²-Test

Der eindimensionale χ^2 -Test wird dann herangezogen, wenn die Versuchspersonen einer Population anhand eines Merkmals mit zwei oder mehr Stufen klassifiziert werden. Er lässt sich über das Menü „Analysieren“ → „Nichtparametrische-Tests“ → „Chi-Quadrat“ ausführen. In das Feld „Variablen“ können Sie alle die nominalskalierten Variablen verschieben, für die Sie Chi²-Statistiken berechnen möchten, also auch mehr als zwei. Wir entscheiden uns für die Variable Geschlecht („sex“) aus unserem Beispieldatensatz.

Annahme der Gleichverteilung

Unter der Gleichverteilungsannahme (siehe Kap. 9.1.1) sollten die Häufigkeiten über alle Stufen des Merkmals hinweg gleich sein. Diese Option ist voreingestellt unter der Rubrik „erwartete Werte“ → „Alle Kategorien gleich“.

Das fertige Befehlsfenster sieht folgendermaßen aus:



Sie erhalten diesen Output:

Geschlecht			
	Beobachtetes N	Erwartete Anzahl	Residuum
maennlich	52	75,0	-23,0
weiblich	98	75,0	23,0
Gesamt	150		

Statistik für Test	
	Geschlecht
Chi-Quadrat ^a	14,107
df	1
Asymptotische Signifikanz	,000

a. Bei 0 Zellen (,0%) werden weniger als 5 Häufigkeiten erwartet. Die kleinste erwartete Zellenhäufigkeit ist 75,0.

Die erste Tabelle enthält die beobachteten Häufigkeiten für jede Kategorie, die erwarteten Häufigkeiten, sowie die Abweichungen der beobachteten von den erwarteten Häufigkeiten („Residuum“). Die erwartete Häufigkeit pro Zelle bei Annahme der Gleichverteilung ergibt sich aus dem Stichprobenumfang N geteilt durch die Zellenanzahl, also in unserem Beispiel $150/2 = 75$.

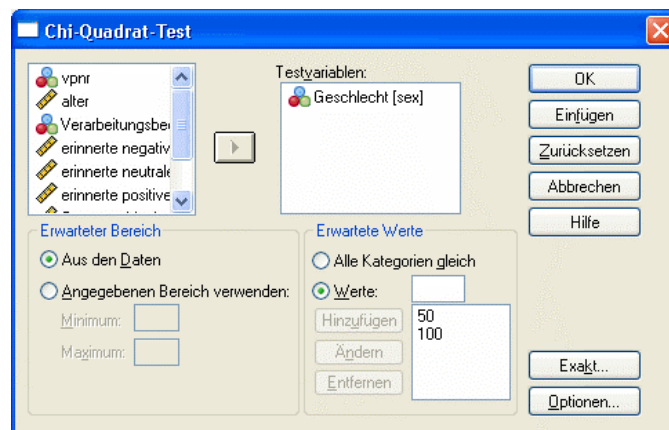
Die zweite Tabelle liefert den errechneten χ^2 -Wert, die dazugehörigen Freiheitsgrade sowie die Fehlerwahrscheinlichkeit α unter der Nullhypothese. In diesem Beispiel weichen die beobachteten Häufigkeiten signifikant von den erwarteten ab, die Nullhypothese der Gleichverteilung kann demnach verworfen werden. Die Stichprobe umfasst signifikant mehr Frauen als Männer.

Das Rechenbeispiel wurde ungerichtet getestet. Bei χ^2 -Tests mit zwei Stufen ist jedoch auch gerichtetes Testen möglich, sofern eine klare Hypothese über die Richtung eines Unterschieds besteht. Eine Bildungsforscherin könnte z.B. annehmen, dass sich Frauen stärker für ein Studium der Psychologie interessieren als Männer. Die obige Abweichung kann unter dieser gerichteten Annahme auch einseitig überprüft werden, indem das Signifikanzniveau halbiert wird.

Nicht gleichverteilte Annahmen

Eine nicht gleichverteilte Annahme (siehe Kap. 9.1.1) ist dann gerechtfertigt, wenn man aufgrund theoretischer Überlegungen oder vorliegender Statistiken eine bestimmte Verteilung erwarten kann. Beispielsweise kann man in unserem Beispiel die statistische Durchschnittsverteilung von Frauen und Männern als Studierende der Psychologie zugrunde nehmen, die ungefähr bei 2:1 liegt. Frauen haben damit eine Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population von $2/3$, bei Männern liegt die Wahrscheinlichkeit bei $1/3$.

Die erwarteten Häufigkeiten für eine Zelle werden allgemein durch Multiplikation des Stichprobenumfangs N mit der jeweiligen Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population bestimmt. Bei 150 Studierenden würden wir also im Schnitt 100 Frauen und 50 Männer erwarten. Die erwarteten Häufigkeiten lassen sich in SPSS unter „erwartete Werte“ eintragen. Hierbei ist unbedingt darauf zu achten, dass die erwarteten Häufigkeiten gemäß der Reihenfolge der Kategorien in der nominalskalierten Variable eingegeben werden. Da in unserem Beispiel Männer mit 1 und Frauen mit 2 kodiert sind, geben wir nacheinander die Werte 50 und 100 ein. Das Befehlsfenster sieht nun wie folgt aus:



Der zugehörige Output lautet:

	Beobachtetes N	Erwartete Anzahl	Residuum
maennlich	52	50,0	2,0
weiblich	98	100,0	-2,0
Gesamt	150		

	Geschlecht
Chi-Quadrat ^a	,120
df	1
Asymptotische Signifikanz	,729

a. Bei 0 Zellen (,0%) werden weniger als 5 Häufigkeiten erwartet. Die kleinste erwartete Zellenhäufigkeit ist 50,0.

Wenn die statistische Grundwahrscheinlichkeit von Männern und Frauen als Psychologiestudierende zugrunde gelegt wird, finden wir, dass die beobachteten Werte nicht signifikant von den erwarteten abweichen. Der Vergleich beider Rechnungen zeigt, dass das Ergebnis eines Chi²-Tests stark von der zugrundeliegenden Verteilungsannahme abhängt und dass diese Annahmen immer explizit gemacht werden müssen, damit das Ergebnis angemessen interpretiert werden kann.

Der zweidimensionale Chi²-Test

Der zweidimensionale χ^2 -Test aus Kapitel 9.2 stellt eine Erweiterung des eindimensionalen Tests um ein weiteres kategoriales Merkmal mit mindestens zwei Stufen dar. Der Versuchsplan hat die Form einer so genannten Kreuztabelle. Wie beim eindimensionalen Test können aufgrund einer Annahme über die theoretisch erwartete Verteilung die erwarteten Häufigkeiten der einzelnen Zellen ermittelt und mit den beobachteten Werten verglichen werden. Eine besonders häufig verwendete Form des zweidimensionalen χ^2 -Tests ist der Test auf Unabhängigkeit der beiden Merkmale, auch Kontingenztabelle genannt. Dieser Test ermöglicht eine Aussage darüber, ob die zwei betrachteten Merkmale in irgendeiner Form stochastisch zusammenhängen. Die Nullhypothese des Tests postuliert die stochastische Unabhängigkeit der beiden Merkmale. Die Alternativhypothese fordert einen irgendwie gearteten Zusammenhang zwischen den Stufen des einen Merkmals und den Stufen des anderen.

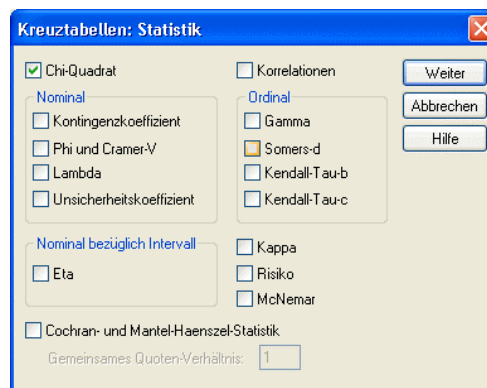
Wir können z.B. die versuchsplanerische Frage überprüfen, ob in unserem Datensatz das Geschlecht unabhängig von der Versuchsbedingung ist, ob also in jeder Bedingung das Geschlechterverhältnis gleich groß war. In SPSS erhalten Sie die Kontingenztabelle über das Menü „Analysieren“ → „Deskriptive Statistiken“ → „Kreuztabellen“. Die Variable „Geschlecht“ geben Sie als Zeilenvariable, die Variable „Verarbeitungsbedingung“ als Spaltenvariable ein:

SPSS-Ergänzungen

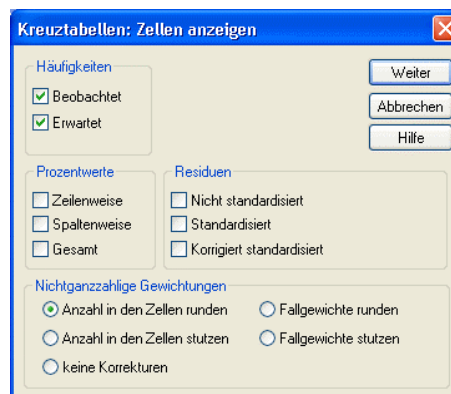
Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2006). *Quantitative Methoden. Band 2* (2. Auflage). Heidelberg: Springer.



Im Untermenü Statistik aktivieren Sie das Kästchen „Chi-Quadrat“:



Die unter der Nullhypothese erwarteten Häufigkeiten in jeder Zelle errechnen sich über die Randhäufigkeiten (siehe Kapitel 9.2). Die erwarteten Häufigkeiten gibt SPSS an, wenn Sie im Menü „Zellen“ das Kästchen „Erwartet“ zusätzlich aktivieren:



Sie erhalten den folgenden Output:

Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Geschlecht * Verarbeitungsbedingung Kreuztabelle

		Verarbeitungsbedingung			Gesamt
		strukturell	bildhaft	emotional	
Geschlecht	maennlich	Anzahl	16	15	21
		Erwartete Anzahl	17,3	17,3	17,3
	weiblich	Anzahl	34	35	29
		Erwartete Anzahl	32,7	32,7	32,7
Gesamt		Anzahl	50	50	50
		Erwartete Anzahl	50,0	50,0	50,0

Chi-Quadrat-Tests

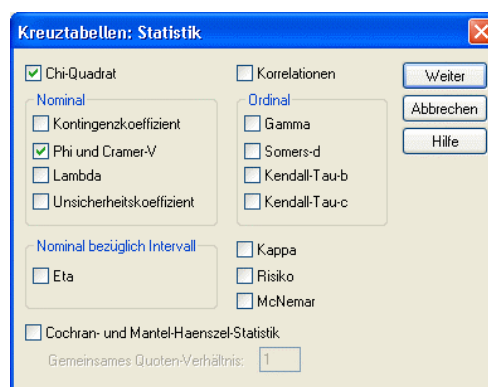
	Wert	df	Asymptotische Signifikanz (2-seitig)
Chi-Quadrat nach Pearson	1,825 ^a	2	,402
Likelihood-Quotient	1,805	2	,406
Zusammenhang linear-mit-linear	1,096	1	,295
Anzahl der gültigen Fälle	150		

a. 0 Zellen (,0%) haben eine erwartete Häufigkeit kleiner 5. Die minimale erwartete Häufigkeit ist 17,33.

Die erste Tabelle gibt die beobachteten und erwarteten Zell- und Randhäufigkeiten an. Erwartete Zellhäufigkeiten sind das Produkt aus den jeweiligen Randhäufigkeiten, geteilt durch den Stichprobenumfang (siehe Kap. 9.2.1). Die zweite Tabelle liefert neben anderen Koeffizienten den Chi²-Testwert, dessen Freiheitsgrade und die Signifikanzbewertung (siehe erste Zeile). In unserem Beispiel kann die Nullhypothese „Es gibt keinen Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung“ nicht verworfen werden.

Der Vierfelder-Chi²-Test (Kap. 9.3) ist eine Spezialform des zweidimensionalen Chi²-Tests und resultiert mit obiger Prozedur immer dann, wenn beide nominalen Variablen jeweils zwei Stufen aufweisen.

Das Effektstärkemaß Cramers Phi-Koeffizient bzw. Cramers Index (Kap. 9.2.3) erhalten Sie, wenn Sie im Menü Statistik das entsprechende Kontrollkästchen aktivieren:



Der zugehörige Output lautet:

SPSS-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2006). *Quantitative Methoden. Band 2* (2. Auflage). Heidelberg: Springer.

Symmetrische Maße

		Wert	Näherungsweise Signifikanz
Nominal- bzgl.	Phi	,110	,402
Nominalmaß	Cramer-V	,110	,402
Anzahl der gültigen Fälle		150	

- a. Die Null-Hyphothese wird nicht angenommen.
- b. Unter Annahme der Null-Hyphothese wird der asymptotische Standardfehler verwendet.

Cramers Phi darf direkt als Korrelationsmaß zweier nominalskalierter Variablen interpretiert werden. Sein Wertebereich liegt zwischen 0 und 1, wobei 0 die stochastische Unabhängigkeit und 1 den perfekten Zusammenhang ausdrückt. Der Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung ist sehr nahe an der stochastischen Unabhängigkeit und nicht signifikant von 0 verschieden.